

# Themenbereich A (Konzentrationsmessung)

---

**Aufgabe A1 (15 Punkte)** Gegeben sei eine Zufallsgröße  $X$  mit folgender Dichte

$$f(x) = \frac{1}{(n-1)} \cdot b^{\frac{-1}{n-1}} \cdot x^{\frac{2-n}{n-1}}, \quad x \in [0, b], \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 2$$

und der Verteilungsfunktion

$$F(x) = b^{-\frac{1}{n-1}} \cdot x^{\frac{1}{n-1}}, \quad x \in [0, b], \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 2.$$

- Berechnen Sie mit  $F(x)$  den Erwartungswert  $E(X) = \frac{1}{n}b$ .
- Zeigen Sie, dass die Lorenzkurve sowohl  $L(x) = F(x)^n$  als auch  $L(\alpha) = \alpha^n$  genügt.
- Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten von  $X$ .
- Zeigen Sie, dass auf obiger Verteilungsfamilie eine Lorenzordnung vorherrscht.

**Aufgabe A2 (15 Punkte)**

- Begründen Sie kurz die Notwendigkeit von Konzentrationsmaßen.
- Geben Sie die Wertebereiche des Herfindahl-Index und des Gini-Koeffizienten im diskreten Fall an. Erläutern Sie kurz, welche Folgen der Wertebereich auf die Interpretation dieser Konzentrationsmaße hat.

Den weiteren Teilaufgaben ist folgendes Datenbeispiel zu Grunde gelegt. Die Inselgruppe der Kanaren besteht aus sieben Hauptinseln. Folgende Einwohnerverteilung lag im Jahre 2002 vor:

| Insel         | Einwohnerzahl<br>(in Tausend) |
|---------------|-------------------------------|
| Fuerteventura | 70                            |
| La Gomera     | 20                            |
| Gran Canaria  | 770                           |
| El Hierro     | 10                            |
| Lanzarote     | 110                           |
| La Palma      | 85                            |
| Teneriffa     | 780                           |
| $\Sigma$      | 1 845                         |

**Bemerkung:** Die Einwohnerzahlen wurden gerundet, um die Aufgabe numerisch zu vereinfachen. Runden Sie bei sämtlichen Berechnungen (auch Nebenrechnungen) auf 3 Nachkommastellen.

- Berechnen Sie den Herfindahl-Index sowie die Konzentrationsrate  $CR_3$  für die Einwohnerverteilung der Kanaren.
- Auf der nächsten Seite finden Sie ein Koordinatensystem, in dem die Lorenzkurve für die Einwohnerverteilung eines anderen (fiktiven) Inselstaates bereits eingezeichnet ist. Bestimmen Sie die Lorenzkurve für die Einwohnerverteilung der Kanaren und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem ein. Beschriften Sie zusätzlich die Achsen in geeigneter Weise.
- Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten der Einwohnerverteilung Kanaren  $G_K$ .
- Der Gini-Koeffizient für den anderen Inselstaat ist  $G_{AI} = 0.657$ . Vergleichen und interpretieren Sie in wenigen Sätzen die beiden Gini-Koeffizienten und die dazugehörigen Lorenzkurven.

### Lorenzkurven von Aufgabe A2

