

**Übung zur Vorlesung Wirtschafts- und Sozialstatistik
(Augustin / Petry)**

Erstes Übungsblatt zu Teil III

Aufgabe 1

Nennen Sie die Annahmen des Grundmodells der klassischen Testtheorie und diskutieren Sie diese kritisch anhand ausgewählter Beispiele!

Aufgabe 2

Untersucht werden soll eine i.i.d. Stichprobe ξ_1, \dots, ξ_n , eines latenten stochastischen Merkmals ξ . Beobachtet werden die zugehörigen Daten X_1, \dots, X_n , wobei für jedes $i = 1, \dots, n$, gilt:

$$X_i = \xi_i + \delta_i.$$

- a) Der Messfehler δ_i , $i = 1, \dots, n$ erfülle die Annahmen des Grundmodells der klassischen Testtheorie.

Sie schätzen $\mu := \mathbb{E}(\xi_i)$ durch $\bar{X} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

Vergleichen Sie den „naiven Schätzer“ \bar{X} mit dem auf den unbeobachtbaren Daten beruhenden, fiktiven „Benchmark-Schätzer“ $\bar{\xi} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$ hinsichtlich Erwartungswert und Varianz!

- b) Nun schätzen Sie $\sigma^2 := \text{Var}(\xi_i)$ durch $S_{\bar{X}, \text{ML}}^2 := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$.

Berechnen Sie den Erwartungswert und den Bias von $S_{\bar{X}, \text{ML}}^2$.

- c) Lösen Sie die Fragestellung unter a) und b), wenn Sie auf die Forderung

$$\mathbb{E}(\delta_i) = 0 \text{ für alle } i$$

verzichten!

bitte wenden!

Aufgabe 3

- a) Diskutieren Sie mögliche Adaptionen des Grundmodells der klassischen Testtheorie, wenn man von Interviewer-spezifischen Messfehlern auszugehen hat!
- b)* Machen Sie sich auch Gedanken, wie man dann bei Aufgabe 2 argumentieren müsste!

Aufgabe 4

Liegen für jede latente Variable ξ_i zwei Messungen X_{i1} und X_{i2} vor, deren Messfehler den Annahmen des Grundmodells der klassischen Testtheorie gehorchen und voneinander unabhängig sind, so kann man die Varianz des Messfehlers schätzen. Leiten Sie einen geeigneten Schätzer her!

Bitte vergessen Sie nicht die Klausuranmeldung!